

Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

**Хоменко Ольга Володимирівна**

УДК 51-74, 517.9, 62-50

**КЕРУВАННЯ ПОТОКОМ В ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ  
НА ОСНОВІ ВЛАСТИВОСТЕЙ СПІЙМАНИХ ВИХОРИВ**

01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень

**Автореферат**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Київ – 2018

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Навчально-науковому комплексі «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

**Науковий керівник:** доктор фізико-математичних наук, доцент,  
**Касьянов Павло Олегович**  
Навчально-науковий комплекс  
«Інститут прикладного системного аналізу»  
Національного технічного університету України  
«Київський політехнічний інститут імені  
Ігоря Сікорського», директор

**Офіційні опоненти:** доктор технічних наук, доцент,  
**Андрущак Ігор Євгенович**  
Луцький національний технічний університет,  
завідувач кафедри комп'ютерних технологій

доктор технічних наук, старший науковий співробітник,  
**Воскобійник Володимир Анатолійович**  
Інститут Гідромеханіки НАН України,  
провідний науковий співробітник відділу гідробіоніки та  
керування примежовим шаром

Захист відбудеться « 5 » червня 2018 р. о 15.00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.002.03 при Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» за адресою: 03056, м. Київ, просп. Перемоги, 37, корп. №35, ауд. № 001.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» за адресою: 03056, м. Київ, просп. Перемоги, 37.

Автореферат розісланий « \_\_ » квітня 2018 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради,  
д.ф.-м.н., професор



В.О. Капустян

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Проблема енергозбереження є однією з найважливіших, що особливо гостро постала в останні десятиріччя в багатьох сферах діяльності людства. Зменшення гідродинамічного опору рухомих тіл являє собою один з найбільш значних резервів економії енергоресурсів в гідродинамічних системах. Одним зі шляхів підвищення енергоефективності гідродинамічних систем є керування потоком в таких системах. Під керуванням потоком<sup>1</sup> в науковій літературі розуміють таке перетворення (зміну) потоку, що спрямоване на досягнення необхідної мети залежно від простору та часу. Метою може бути зменшення гідродинамічного опору, підйимальної сили, інтенсифікація перемішування, покращення тепло- та масопереносу тощо. Розв'язання цих задач спрямоване на підвищення енергоефективності системи.

Вихрова структура течії, що генерується при русі тіла у воді, повітрі або в гідравлічних потоках, є головним фактором, який визначає енерговитрати, зумовлені експлуатацією технічних систем. Розробка та вдосконалення методів і способів трансформації потоку та формування необхідної структури течії в гідродинамічних системах різного типу (судна, підводні апарати, літаки, турбіни, трубопроводи, гідротехнічні споруди та ін.) продовжує залишатись однією з основних задач. Значні здобутки в даному напрямку належать таким вченим, як Gad-el-Hak M., Ringleb F.O., Bewley T.R, Cortelezzi L., Iollo A., Чернишенко С.І., Бунякін А.В., Мігай В.К. та ін. Складність таких задач зумовлена, зокрема, необхідністю дослідження рівнянь Нав'є-Стокса. Не зважаючи на значний прогрес в дослідженнях системи Нав'є-Стокса (Ладіженська О.А., Temam R., Caraballo T., Фурсіков А.В., Касьянов П.О., Капустян О.В. та ін.), багато питань залишаються невирішеними.

Область знань, в якій досліджуються способи керування потоками рідини належить до міждисциплінарних наук, яка застосовує елементи гідромеханіки і теорії динамічних систем, теорії керування, якісний та чисельний аналіз нелінійних систем. Дослідження складних системних міждисциплінарних задач є областю інтенсивних досліджень, зокрема таких вчених, як Згуровський М.З., Панкратова Н.Д., Романенко В.Д., Бідюк П.І., Данилов В.Я та ін. Розробка схем керування течією в гідродинамічних системах різного типу потребує вивчення властивостей та глибокого розуміння процесів, що відбуваються в таких системах. Задача ціленаправленого впливу на потік з метою покращення гідродинамічних характеристик пов'язана з необхідністю дослідження систем з обтіканням. Складність вивчення течій з обтіканням пов'язана з тим, що при певних числах Рейнольдса відбувається відрив потоку від твердої поверхні, яка обтікається, що викликає нестаціонарність течії та утворення різноманітних вихрових структур. Дослідження в цьому напрямку зумовлені необхідністю визначення

---

<sup>1</sup> Gad-el-Hak, M.: Flow Control: Passive, Active, and Reactive Flow Management . Cambridge University Press, London (2000)

гідродинамічних навантажень та з питаннями вибору раціонального гідродинамічного компонування апаратів з урахуванням умов роботи окремих елементів та їх взаємної інтерференції при обтіканні.

Гідродинамічні системи, як правило, описуються рівняннями в частинних похідних. Незважаючи на значний прогрес в розвитку теорії керування системами, які описуються рівняннями в частинних похідних, розв'язання задач керування такими системами є складним. Особливо це стосується задач керування течією в нетривіальних областях з високим числом Рейнольдса. Як показує практика, схеми керування потоком повинні враховувати неоднорідність середовища, наявність збурень та пульсацій, що є невід'ємними характеристиками природніх потоків. Оскільки математичні моделі таких задач базуються на рівняннях Нав'є-Стокса, побудований контролер не може забезпечити розв'язання задачі керування для реального потоку. З іншого боку, застосування простих лінійних моделей не може забезпечити бажаного результату, оскільки течії, які формуються в гідродинамічних системах, є досить складними і нестационарними. Тому розробка нових ефективних методів та схем керування потоком на основі математичних моделей, що адекватно описують гідродинамічну систему та дозволяють розв'язувати поставлені задачі щодо формування необхідної структури потоку, є актуальною задачею.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана в науково-дослідному відділі системної математики Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» згідно науково-дослідної теми «Довгострокові прогнози функцій стану керованих геофізичних нелінійних систем з багатовимірними суперпотенціальними законами» (номер державної реєстрації 0112U001229, 2012-2016 рр.), та грантів:

- гранту Президента України для підтримки наукових досліджень молодих учених в 2013 році №GP/F49/070 «Структурні властивості притягуючих множин деяких нелінійних крайових задач геофізики і механіки» (номер державної реєстрації 0113U006191),
- гранту Президента України докторам наук для підтримки наукових досліджень у 2014 році «Сильні розв'язки тривимірної системи рівнянь Нав'є-Стокса» (номер державної реєстрації 0114U007153),
- гранту Президента України докторам наук для підтримки наукових досліджень у 2016 році «Дослідження граничних режимів в математичних моделях в'язкопружних рідин» (номер державної реєстрації 0115U005407),
- гранту на виконання проєктів НДР молодих учених у 2013-2014 рр. «Довгострокові прогнози функцій стану та регулярність граничних циклів керованих процесів дифузійного типу» (номер державної реєстрації 0113U002978).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є розробка методів керування пристінною течією на основі властивостей спійманих вихорів, визначення параметрів керування.

Досягнення поставленої мети вимагає розв'язання таких основних завдань:

- проаналізувати проблеми, пов'язані з дослідженням задач керування

поток, існуючі методи та способи керування потоком;

- застосувати системний підхід до розв’язання задач керування потоком;
- виконати аналіз динамічних властивостей спійманого вихору поблизу нерегулярних границь та за наявності збурень потоку;
- модифікувати та застосувати динамічну модель спійманого вихору для розв’язання задачі керування течією в циліндричних канавках;
- побудувати нелінійний контролер пристінної течії в канавці та знайти параметри керування, що забезпечують формування необхідної структури потоку;
- розв’язати задачу зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра за допомогою модифікованої моделі спійманого вихору;
- знайти параметри керування, які дозволяють зменшити гідродинамічні навантаження квадратного циліндра;
- для перевірки ефективності розробленої схеми керування виконати чисельне моделювання в’язкого обтікання циліндра з керуючими пластинами в діапазоні середніх чисел Рейнольдса.

*Об’єкт досліджень* – пристінна течія в гідродинамічних системах.

*Предмет досліджень* – методи керування пристінною течією на основі модифікованої моделі спійманого вихору, параметричне керування обтіканням квадратного циліндра, параметри керування.

**Методи дослідження.** В роботі використано методи системного аналізу, методи нелінійного аналізу дослідження атракторів тривимірних систем гідродинамічного типу, що ґрунтуються на основах теорії глобальних атракторів нескінченновимірних динамічних систем. Для дослідження течії, побудови та обґрунтування алгоритмів керування застосовуються класичні методи теорії керування нелінійними динамічними системами. Для визначення циркуляції приєднаних вихорів при моделюванні течії поблизу квадратного циліндра застосовується метод граничних інтегральних рівнянь. Для розв’язання систем рівнянь використовується метод січних. Для розв’язання систем диференціальних рівнянь застосовується метод Рунге-Кутта четвертого порядку. Чисельне моделювання поля в’язкої течії навколо квадратного циліндра з прикріпленими фронтальними пластинами виконується за допомогою вихорового методу.

**Наукова новизна отриманих результатів.** Основні наукові результати, що визначають наукову новизну та виносяться на захист, є такі.

*Вперше:*

- запропоновано метод нелінійного керування пристінковим потоком в циліндричних канавках, який відрізняється застосуванням модифікованої моделі спійманого вихору і забезпечує необхідні вимоги до формування структури течії; встановлено нові властивості спійманих вихорів поблизу нерегулярних границь; розроблено нелінійний контролер пристінної течії, який відрізняється тим, що враховує рівняння рівноваги спійманого вихору відносно його координат, циркуляції, потужності відкачування рідини, кутової координати точки стоку та умов безвідривного обтікання кутів канавки і забезпечує активне керування зі зворотним зв’язком у нестационарному потоці;
- на основі модифікованої моделі спійманого вихору розв’язано задачу

зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра. Знайдено параметри керування обтіканням квадратного циліндра з фронтальними пластинами, що дозволяють зменшити гідродинамічні навантаження.

*Отримали подальший розвиток:* методи керування пристінною течією; в роботі показано, що при розробці нових алгоритмів керування обтіканням поганообтічних тіл для мінімізації енерговитрат важливо враховувати топологічні особливості течії.

**Практичне значення одержаних результатів.** Розроблені методи керування потоком дозволяють суттєво зменшити гідродинамічні навантаження, що підвищує енергоефективність гідродинамічної системи.

Розв'язано задачу зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра. Знайдено параметри керування обтіканням квадратного циліндра з фронтальними пластинами, що дозволяють зменшити гідродинамічні навантаження. Число Струхала в керованому потоці зростає порівняно з некерованим випадком. Завдяки регуляризації сліду при керуванні зменшується середній опір і флуктуаційні сили, що діють на циліндр. Керування дозволяє знизити коефіцієнт гідродинамічного опору квадратного циліндра від 20% при  $Re=100$  до 35% при  $Re=500$  та зменшити амплітуду підйимальної сили на 50% – 70% залежно від числа Рейнольдса.

Одержані результати дослідження свідчать про необхідність врахування топології потоку при розробці нових алгоритмів керування течією поблизу обтічних тіл. Дисертаційне дослідження проводилось в рамках держбюджетних науково-дослідних робіт та частково підтримане грантами ДФФД та НАН України.

Результати дисертаційної роботи були впроваджені в Світовий центр даних з геоінформатики та сталого розвитку (акт впровадження № а 1801/13 від 18.01.2018). Одержані в роботі нові наукові результати використовуються при викладанні теоретичного матеріалу навчальних дисциплін «Елементи нелінійного аналізу» та «Системний аналіз стохастично розподілених процесів» в Інституті прикладного системного аналізу КПІ ім. Ігоря Сікорського.

**Особистий внесок здобувача.** Всі результати, що виносяться на захист, одержано автором самостійно. В статтях, написаних в співавторстві, дисертанту належить: дослідження динамічних властивостей спійманого вихору поблизу нерегулярних границь [1]; побудова нелінійного контролера пристінної течії, який складається з умов рівноваги спійманого вихора та безвідривного обтікання кутів канавки; застосування розробленого контролера для розрахунку параметрів реактивної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення [2]; побудова активної схеми керування пристінною течією за допомогою відкачування рідини, яка ґрунтується на властивостях спійманих вихорів та спрямована на створення поблизу тіла нової топології течії зі стійкими вихорами [3]; розв'язання задачі керування обтіканням квадратного циліндра за допомогою модифікованої моделі спійманого вихору, обчислення параметрів керування [4]; розроблено та обґрунтовано схему дослідження моделі енергетичного балансу Будико-Селерса [5]; для модифікованої тривимірної системи Нав'є-Стокса в необмеженій області, що задовольняє

нерівність Пуанкаре для відповідної напівгрупи встановлено існування глобального атрактора в сильній топології фазового простору, показано збіжність одержаного атрактора до множини повних обмежених траєкторій тривимірної системи Нав'є-Стокса [6]; обґрунтування алгоритмів керування пристінною течією [8]; обґрунтування та розробка активної схеми керування пристінною течією за допомогою відкачування рідини, яка ґрунтується на властивостях спійманих вихорів та спрямована на створення поблизу тіла нової топології течії зі стійкими вихорами [9]; обґрунтування та розробка методу керування пристінною течією за допомогою відкачування рідини на основі модифікованої моделі спійманого вихора [10]; розробка та обґрунтування методу керування обтіканням квадратної призми, який ґрунтується на властивостях спійманих вихорів [11].

**Апробація результатів дисертації.** Результати дисертації доповідались та обговорювались на серії спільних наукових семінарів ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського та механіко-математичного факультету МДУ імені М.В. Ломоносова (2012, 2014, 2015); семінарі НДВ системної математики ННК «Інститут прикладного системного аналізу»; Кримській міжнародній математичній конференції «КММК-2013», Судак, 22 вересня – 4 жовтня 2013р.; 16-й міжнародній науково-технічній конференції «Системний аналіз та інформаційні технології SAIT 2014», Київ, 26 – 30 травня 2014р.; 3-й міжнародній науковій конференції пам'яті член-кореспондента НАН України В.С. Мельника «Нелінійний аналіз та застосування», Київ, 01 – 03 квітня 2015р.; 17-й міжнародній науково-технічній конференції «Системний аналіз та інформаційні технології SAIT 2015», Київ, 22 – 25 червня 2015р.; 18-й міжнародній науково-технічній конференції «Системний аналіз та інформаційні технології SAIT 2016», Київ, 30 травня – 2 червня 2016р.; на Міжнародній конференції з функціонального аналізу, присвяченій 125-річчю від дня народження Стефана Банаха (м. Львів, 2017 р.).

**Публікації.** Основні результати дисертації опубліковані в 12 наукових публікаціях: 5 наукових статтях в провідних фахових виданнях, з них 1 – у фаховому виданні України [2], що входить до наукометричних баз даних, 4 – в іноземних виданнях [1, 3, 4, 5], а також в 6 тезах доповідей наукових конференцій [7 – 12], та в 1 статті в іншому виданні [6].

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаних джерел, що містить 169 найменувань, та додатків. Загальний обсяг роботи складає 162 сторінки друкованого тексту, з них 129 сторінок основного тексту, 64 рисунка, 1 таблиця.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**У вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та завдання дослідження, відображено наукову та практичну цінність отриманих результатів роботи, апробацію, наукові публікації та особистий внесок автора.

**В першому розділі** дисертаційної роботи проведено огляд наукової літератури щодо проблеми керування потоком в гідродинамічних системах та визначено основні проблемні питання. Проаналізовано основні методи та способи

керування потоком, що застосовуються для розв'язання практичних задач. Викладено проблематику моделювання та дослідження задач керування потоком. Проведений аналіз виявив необхідність застосування системного підходу до розробки нових ефективних схем та методів керування потоком які по-перше, базуються на спрощених моделях, по-друге, адекватно описують поведінку гідродинамічних систем, що дасть можливість розв'язання ряду нових практичних задач та розробки більш ефективних схем керування потоком.

**В другому розділі** розроблено структурну схему системного підходу до розв'язання задач керування потоком в гідродинамічних системах (рис. 1).

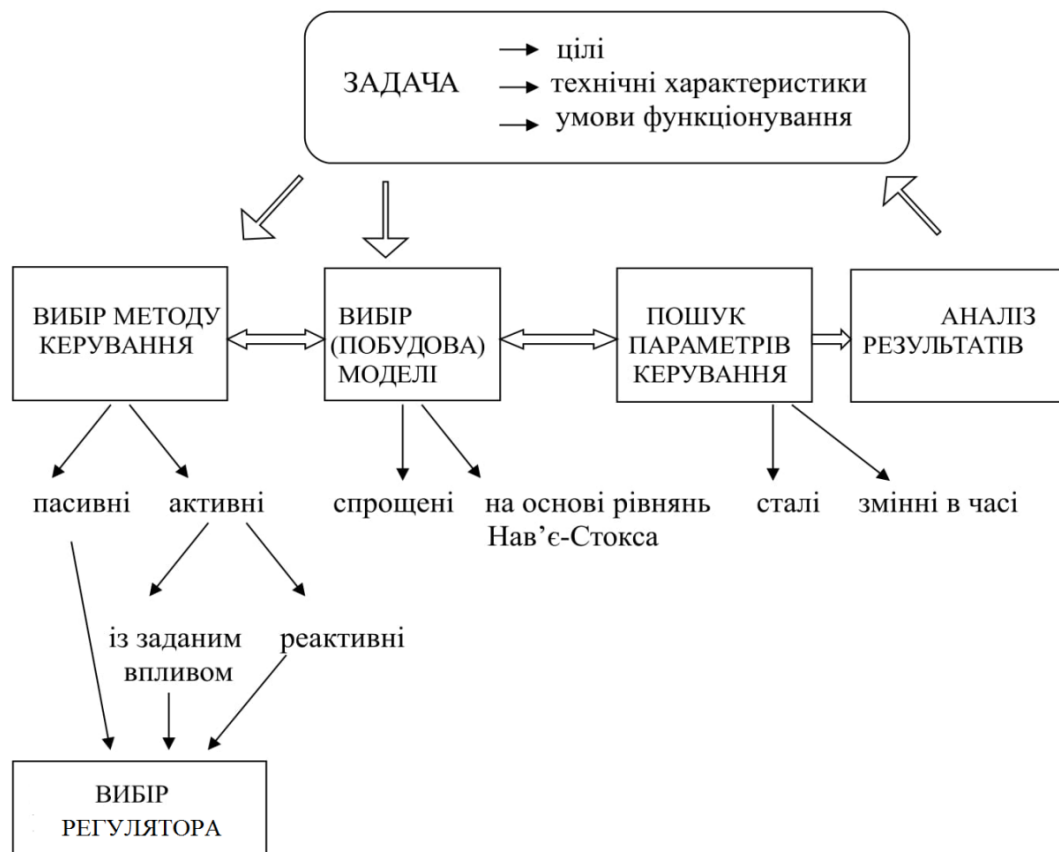


Рис. 1. Структурна схема системного підходу до розв'язання задач керування потоком

Проведено якісний аналіз тривимірної системи рівнянь Нав'є-Стокса в каналоподібній області. Зважаючи на складність дослідження гідродинамічних систем на основі рівнянь Нав'є-Стокса, в роботі для розв'язання задач керування потоком пропонується перехід від нескінченновимірної множини параметрів, якими описується течія рідини, до системи точкових вихорів з кінцевим числом ступенів свободи. Показано, що динаміка цієї системи як в безграничній рідині, так і в областях, обмежених твердою границею, відповідає канонічним рівнянням, де Гамільтоніан співпадає з функцією течії. Тому, для дослідження течії, а також побудови та обґрунтування алгоритмів управління нею можуть застосовуватися



результати класичної теорії керування нелінійними динамічними системами.

Розглянуто різні стратегії керування потоками рідини, для кожної з них сформульовано задачу керування щодо системи точкових вихорів, локалізованих в обмеженій області за наявності зовнішньої течії.

**В третьому розділі** запропоновано метод нелінійного керування пристінковим потоком в циліндричних канавках, який відрізняється застосуванням модифікованої моделі спійманого вихору і забезпечує необхідні вимоги до формування структури течії. Задача керування течією в циліндричних канавках є хорошим тестовим прикладом для створення і обґрунтування алгоритмів керування потоками рідини.

Керування потоком передбачає створення бажаної структури течії в гідродинамічних системах. Вихрова течія, що генерується при русі тіла у воді, є головним фактором, який визначає енерговитрати, зумовлені експлуатацією технічних систем. Одним з ефективних способів, які дозволяють змінити структуру вихрової течії, є організація примусового відриву потоку з метою створення локальних відривних зон. Перехід від хаотичного руху когерентних структур у граничному шарі до регулярних вихроутворень зменшує інтенсивність енергообміну між потоком і поверхнею тіла, завдяки чому падає опір тертя поверхні, що обтікається. З іншого боку, трансформація відривної течії навколо тіла може мати позитивний вплив на структуру та параметри вихрової доріжки сліду, що проявляється у зменшенні опору форми або рівня акустичних шумів. Стратегія керування в цих випадках спрямована на створення «інтелектуального» потоку рідини, в якому вихори формуються відповідно до керуючої схеми та теоретичної або напівемпіричної моделі, що передбачає їхню поведінку.

Для отримання параметрів стійкої циркуляційної течії (спійманого вихору) в канавках різного розміру, а також характеристик керуючих пристроїв в роботі використовується спрощена модель, в якій течія в канавці моделюється одним точковим вихором. Джерела і стоки, які передбачається використовувати як елементи керуючих схем, також описуються сингулярними розв'язками, що дозволяє застосувати для розв'язання проблеми класичну теорію потенційних течій.

Розглядається течія ідеальної нестисливої рідини в області, яка обмежена стінкою з вирізаною у ній циліндричною канавкою (рис. 2). Циркуляційна область,

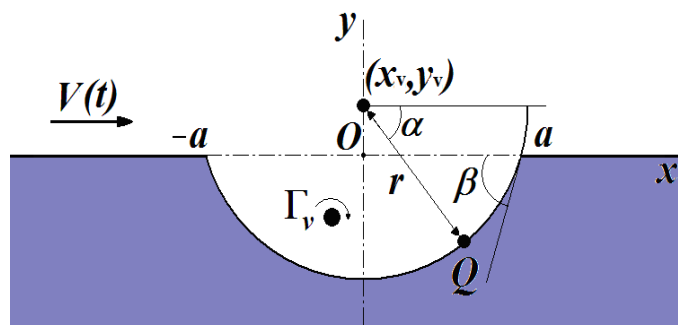


Рис. 2. Геометрія області течії

яка генерується в канавці внаслідок відриву граничного шару в гострих кромках,

замінюється точковим вихором циркуляції  $\Gamma_v$  з координатами  $(x_v, y_v)$ . Для стабілізації спійманого вихору запропоновано використовувати відкачування рідини. Процес відкачування моделюється стоком інтенсивності  $Q(x_q, y_q)$ , розташованим на стінці канавки. Його положення задається кутовою координатою  $\alpha$ :  $x_q = r \sin \alpha$ ,  $y_q = -r \cos \alpha + y_c$ .

Задача керування для даної системи:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{b}(\mathbf{X})Q, \quad (4)$$

де  $\mathbf{X}(t) \in R^2$  – вектор координат вихору:  $\mathbf{X}(t) = (x_v(t), y_v(t))$ , вектор-функція  $\mathbf{f}: R^2 \rightarrow R^2$  визначає швидкість вихору без урахування впливу керуючого елемента,  $\mathbf{b}(\mathbf{X}): R^2 \rightarrow R^2$  – оператор керування, який встановлює зв'язок між точками  $(x_v, y_v)$  та  $(x_q, y_q)$ .

- При  $Q = 0$ , встановлення канавки на поверхні, що обтікається, забезпечує пасивне (або параметричне) керування пристінною течією;
- $Q = \text{const}$  означає детерміноване (визначене наперед) керування циркуляційною течією в канавці;
- Якщо  $Q = Q(t)$ , маємо керування циркуляційною течією з оберненим зв'язком,  $Q = F(\mathbf{X}, V, t)$ , де  $V$  – швидкість течії.

Практична мета керування полягає в тому, щоб сформувати і підтримувати в канавці циркуляційну течію, яка була б стійкою і запобігала генерації вихрових пелен в гострих кутах канавки. Теоретичне моделювання процесу зводиться до визначення геометричних параметрів канавки та характеристик відкачування рідини  $Q$  і  $\alpha$ , при яких забезпечується існування стійкого нерухомого вихору за умови, що в гострих кромках границі виконується умова про скінченність швидкості.

Для того, щоб вихор був у рівновазі, має виконуватися умова :

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = 0. \quad (5)$$

В заданій конфігурації потоку умова (5) означає, що координати спійманого вихору задовольняють рівнянню:

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{b}(\mathbf{X})Q = 0. \quad (6)$$

Умова про безвідривне обтікання кутів канавки має вигляд:

$$\mathbf{V}(-a, 0) = C_1, \quad \mathbf{V}(a, 0) = C_2, \quad (7)$$

де  $\mathbf{V}$  – швидкість течії,  $C_1, C_2$  – довільні константи.

Рівняння (6)–(7) повністю описують проблему керування, яка розглядається, в тому сенсі, що вони дозволяють однозначне визначення характеристик циркуляційної течії і параметрів відкачування рідини, при яких забезпечується безвідривне обтікання кутів канавки. При побудові модифікованої моделі спійманого вихору для знаходження комплексного потенціалу застосовано

конформне перетворення фізичної площини в допоміжну площину та метод дзеркальних відображень<sup>2</sup>. В роботі отримано систему рівнянь для знаходження параметрів керування (перше виражає умову нерухомості вихору, друге – скінченності швидкості в гострих кромках):

$$\left( V_{\infty} + \frac{\Gamma_v}{4\pi\eta_v} + \frac{1}{2\pi} \frac{Q(t)}{\zeta_v - \xi_q} \right) \frac{d\zeta}{dz} \Big|_{z=\zeta_v} + \frac{\Gamma_v}{4\pi i} \left( \frac{d^2\zeta}{dz^2} / \frac{d\zeta}{dz} \right) \Big|_{z=\zeta_v} = 0, \quad (8)$$

$$V_{\infty} + \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_v \eta_v}{(\xi_{1,2}^* - \xi_v)^2 + \eta_v^2} + \frac{1}{2\pi} \frac{Q(t)}{\xi_{1,2}^* - \xi_q} = 0, \quad (9)$$

де  $V_{\infty}$  – швидкість рівномірного потоку,  $\Gamma_v$  – циркуляція вихору,  $\zeta_v(\xi_v, \eta_v)$  – комплексні координати вихору в допоміжній площині,  $\zeta_q(\xi_q, 0)$  – комплексні координати стоку в допоміжній площині,  $\xi_{1,2}^*(\xi_{1,2}^*, 0)$  – комплексні координати гострих кромek канавки в допоміжній площині,  $\zeta = \zeta(z)$  – функція, що задає конформне перетворення області течії фізичної площини у півплощину допоміжної площини.

Виділяючи дійсну і уявну частини рівняння (8) і додаючи два рівняння (9), отримано контролер, який складається з 4-х трансцендентних рівнянь відносно координат спійманого вихору  $x_v, y_v$ , його циркуляції  $\Gamma_v$ , інтенсивності стоку  $Q$  і кутової координати  $\alpha$  точки відкачування рідини. Для того, щоб ця система була замкненою, один із цих параметрів фіксується.

За відсутності відкачування рідини ( $Q=0$ , *параметричне керування*) течія складається з бічного потоку одиничної швидкості і вихору, який моделює циркуляційну зону в канавці. В цьому випадку в результаті розв'язання системи (8)–(9) методом січних отримано, що при взаємодії вихору з прямолінійною зовнішньою течією в області, що обмежена стінкою із циліндричною канавкою, існують три точки, в яких швидкість вихору дорівнює нулю. Задачу розглянуто у безрозмірному вигляді, де за характерні параметри покладені півхорда канавки  $a$  і швидкість незбуреної течії  $V_{\infty}$ , так що:  $\bar{x} = x/a$ ,  $\bar{y} = y/a$ ,  $\bar{t} = tV_{\infty}/a$ ,  $\bar{\Gamma}_v = \Gamma_v/aV_{\infty}$ ,  $\bar{Q} = Q/aV_{\infty}$  (надалі риси, що позначають безрозмірні величини, опускаються). Аналіз на стійкість показав, що дві з них, що знаходяться поблизу кутів канавки є нестійкі, і третя, розташована на осі точка типу «центр». В роботі одержані залежності параметрів спійманого вихору – координати  $y_v$ , циркуляції  $\Gamma_v$  і частоти спійманого вихору  $\omega_0$ , від геометрії канавки, яка характеризується кутом  $\beta$  (рис. 3,4).

В роботі показано, що при пасивному застосуванні циліндричних канавок для керування пристінною течією, реакція спійманого вихору на періодичні зовнішні збурення може призвести до суттєвих ускладнень у потоці, через що таке керування стає неефективним. Для цього в роботі досліджено поведінку спійманого вихору в

<sup>2</sup> Milne-Thompson, L.M.: Theoretical Hydrodynamics. Macmillan Co., London (1968)

канавці у періодично збуреному потоці, коли швидкість зовнішньої течії змінюється періодично, так що:  $V(t) = V_\infty (1 + \varepsilon \sin \Omega t)$ ,  $\varepsilon \ll 1$ , де  $\varepsilon$  – амплітуда,  $\Omega$  частота коливань (рис. 5).

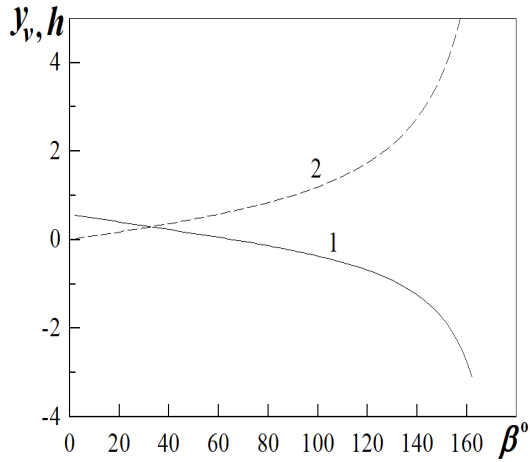


Рис. 3. Залежності координати спійманого вихору (крива 1) і глибини канавки (крива 2) від кута  $\beta$

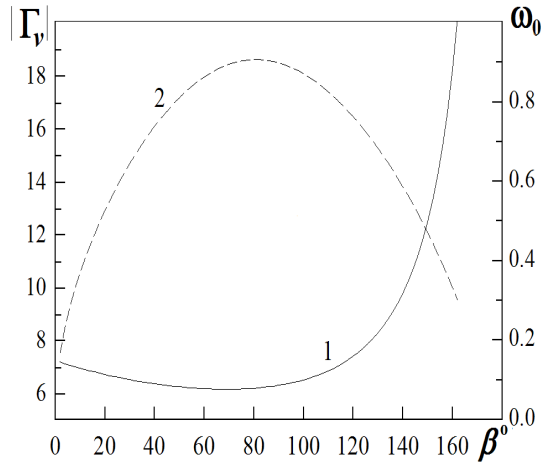


Рис.4. Залежності циркуляції спійманого вихору (крива 1) і його частоти (крива 2) від кута  $\beta$

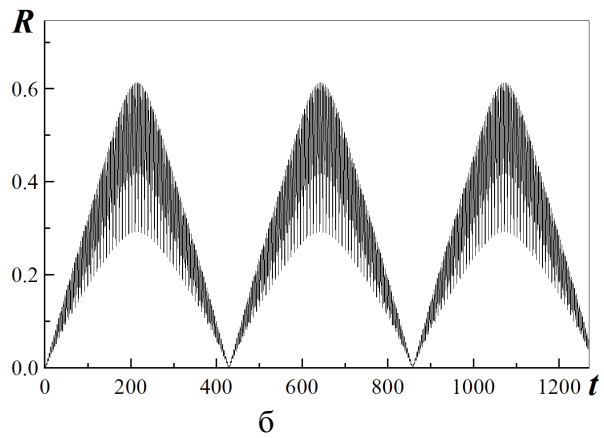
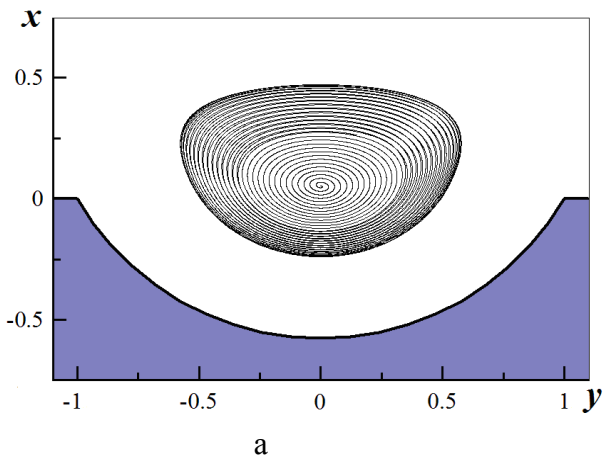


Рис. 5. а – Траєкторія спійманого вихору, б – його відхилення від точки рівноваги у збуреному потоці при  $\Omega/\omega_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0.01$  ( $\beta = 60^\circ$ )

Для дослідження динамічних властивостей спійманого вихору і прилягаючих до нього частинок рідини у збуреному потоці побудовано перетини Пуанкаре, на яких фіксується положення вихору і частинки рідини через період вимушених коливань, та методом Бенеттіна<sup>3</sup> розраховано показник Ляпунова для частинок рідини, які знаходяться в околі спійманого вихору у потоці, що коливається. Одержані результати показали, що поведінка частинок рідини в околі вихора

<sup>3</sup> Benettin, G., Galgani, L., Strelcyn, J.M.: Kolmogorov entropy and numerical experiments. Phys. Rev. A. **14**, 2338–2345 (1976)

виявляє високу чутливість до початкових умов, що є передумовою виникнення в системі лагранжевого хаосу. Значні збурення потоку можуть призвести до втрати стійкості вихору, через що він може вийти із канавки у потік (рис. 6). В таких випадках необхідно застосовувати активне та реактивне керування.

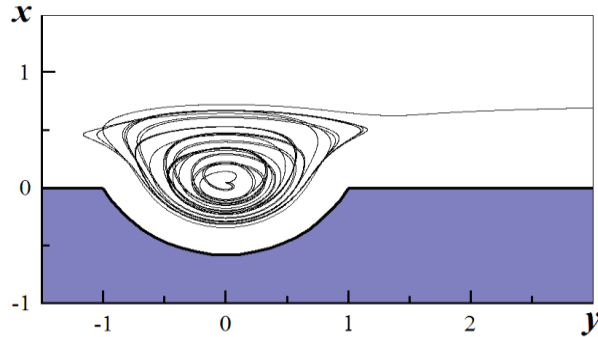


Рис. 6. Траєкторія спійманого вихору при  $\Omega/\omega_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0.1$  ( $\beta = 60^\circ$ )

Для покращення стійкості спійманого вихору в роботі пропонується застосування детермінованого керування за допомогою відкачування (вприскування) рідини. В роботі досліджено зміну структури течії в канавці, коли на її стінці реалізується відкачування (вприскування) рідини. На рис. 7 показано положення спійманих вихорів, розраховані для канавок різної форми.

Проведений динамічний аналіз виявив, що при стаціонарному обтіканні канавки з відкачуванням рідини стаціонарні точки можуть бути фокусами (стійкими чи нестійкими) або сідлами. Області стійкості вихору затемнені (рис. 7). В мілких

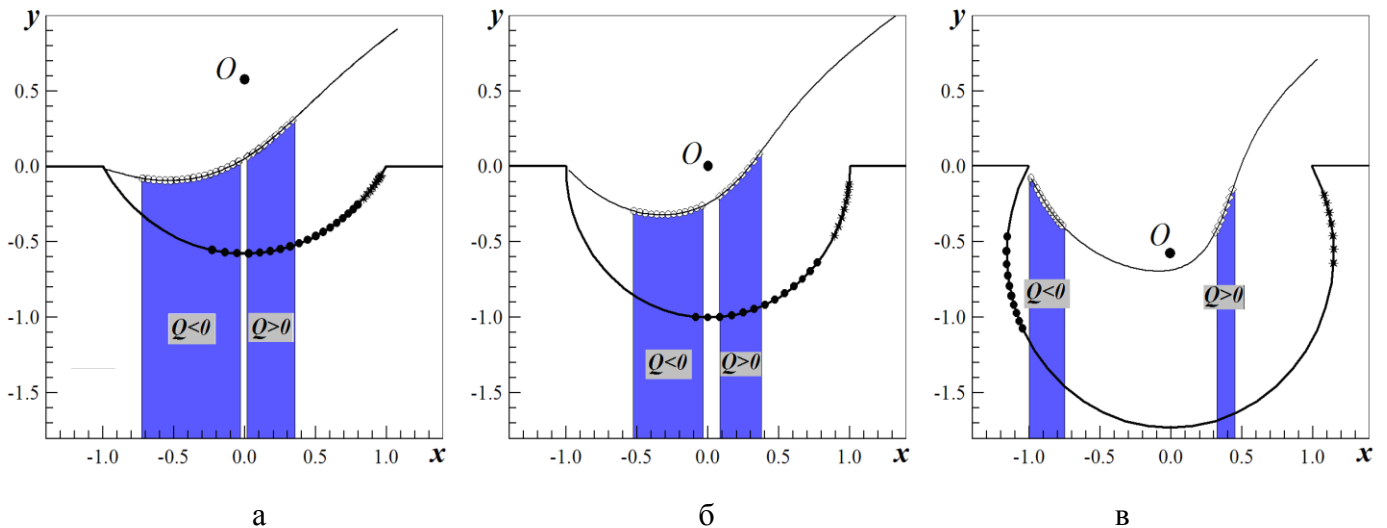


Рис. 7. Положення спійманих вихорів в канавках різної глибини:

$a - \beta = 60^\circ$ ,  $b - \beta = 90^\circ$ ,  $v - \beta = 120^\circ$

канавках вони ширші і розташовані в центральній частині, в глибоких канавках області стійких вихорів звужуються і переміщуються до кромek. Отримані результати свідчать про те, що мілкі канавки є більш перспективними з точки зору створення стійких циркуляційних зон в пристінному потоці.

На рис. 8 показано траєкторії, по яких буде рухатися спійманий вихор в керуючій схемі з відкачуванням рідини при його відхиленні від рівноважного положення. Вони свідчать про те, що відбір перешкоджає виносу вихору з канавки в напрямку течії. Але, крім замкнутих обертальних траєкторій навколо стійкої стаціонарної точки, існують параболічні криві, зумовлені наявністю нестійкої особливості над переднім кутом канавки, по яких вихор може рухатися проти течії. Для того, щоб стабілізувати вихор в околі стійкої точки і не дати йому перейти через сепаратису, яка розділяє траєкторії різних типів, має застосовуватися *реактивне керування* зі зворотним зв'язком, коли параметри керуючого пристрою вибираються в залежності від змін у потоці. За наявності збурень потоку для стабілізації вихору має застосовуватися активна керуюча схема, в якій потужність відкачування рідини реагує на зміну зовнішніх умов. Для цього в роботі пропонується відслідковувати положення спійманого вихору, так, щоб при збуреннях зовнішньої течії забезпечувалося виконання умови про безвідривне обтікання гострих кромek канавки.

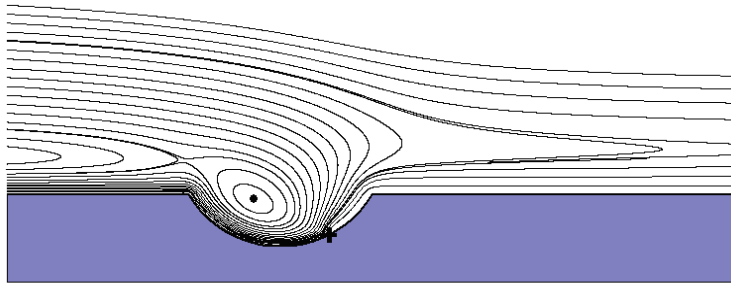


Рис. 8. Фазовий портрет траєкторій спійманого вихору в канавці із відкачуванням рідини ( $\beta = 60^\circ$ ):

• – стійка точка рівноваги, + – положення стоку

Для розрахунку нових координат спійманого вихору і потужності відкачування рідини в цій схемі застосовується контролер, що складається з рівнянь (9)–(10). Якщо за початкові дані взяти параметри спійманого вихору і точки стоку, відомі зі стаціонарного розв'язку, то розв'язання цих рівнянь за наявності збурень дозволяє отримати реакцію системи на зміни зовнішніх умов. Реалізація керування буде більш зручною, якщо зафіксувати положення точки відкачування рідини (кут  $\alpha$ ) і кількість завихреності в канавці  $\Gamma_v$ . Для розрахунку координат спійманого вихору і потужності відкачування застосовуються рівняння (8) та умова (9) в передній кромці канавки. Оскільки в задній кромці вихроутворення є незначним і не буде істотно впливати на пристінну течію, ним можна знехтувати. Таким чином, контролер зі зворотнім зв'язком складається з трьох рівнянь і використовує дані, відомі зі стаціонарного розв'язку.

Розроблений контролер застосований для розрахунку параметрів активної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення. Наведені приклади реалізації цієї схеми, коли швидкість зовнішньої течії змінюється періодично (рис. 9) та за лінійним законом (рис. 10).

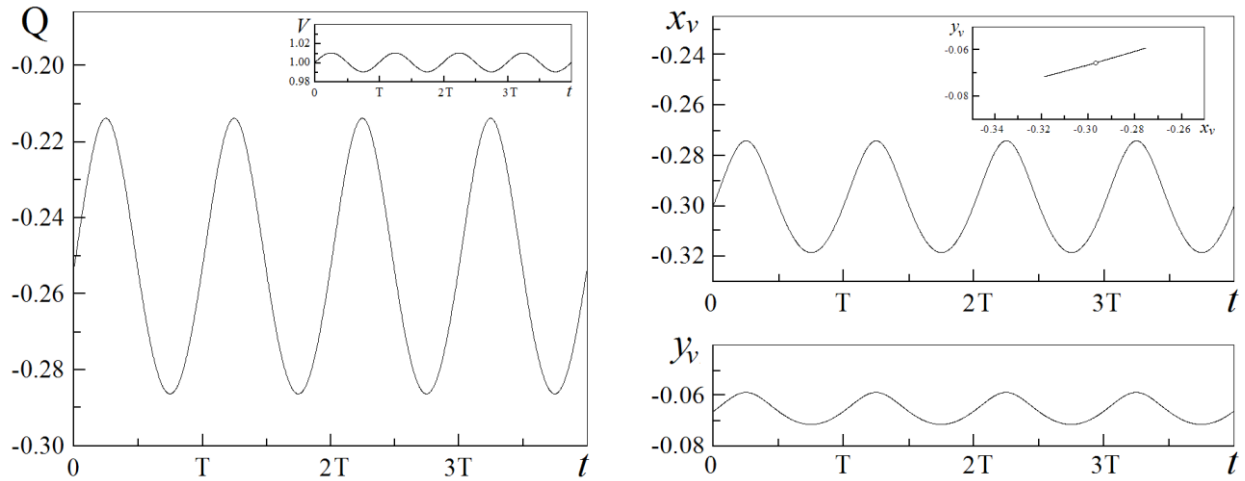


Рис. 9. Потужність відкачування рідини  $Q$  та координати спійманого вихору в періодично збуреному потоці при  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\Omega/\omega_0 = 1$  ( $\beta = 60^\circ$ )

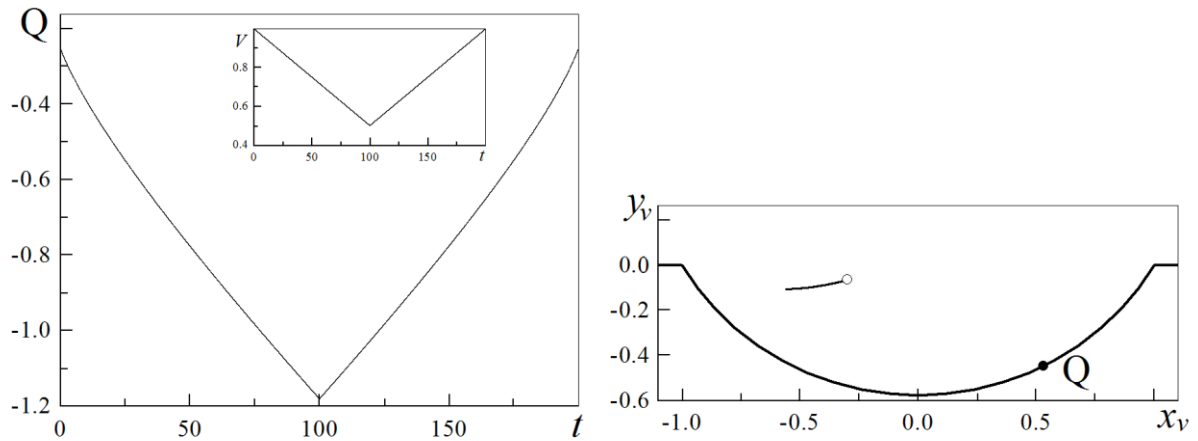


Рис. 10. Потужність відкачування рідини  $Q$  та координати спійманого вихору при зміні швидкості потоку за лінійним законом

В четвертому розділі на основі модифікованої моделі спійманого вихору розв'язано задачу зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра. Квадратний циліндр є однією з базових конфігурацій, що використовується в багатьох інженерних додатках та є частиною багатьох конструкцій. Експлуатація систем такого типу супроводжується вихроутворенням, що призводить до виникнення нестационарних сил, шумів і резонансу, структурних вібрацій та інших небажаних наслідків. Застосування методів керування динамікою вихорів поблизу тіла, що обтікається, дозволяє підвищити продуктивність обладнання і запобігти його руйнуванню. В роботі розв'язується задача зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра з ребром  $d$ , що обтікається потоком рідини.

Для створення необхідної структури течії запропоновано встановлення двох симетричних пластин, приєднаних до передньої грані квадратного циліндра. Схема керування включає два геометричні параметри: довжину пластини  $l$  та відстань  $r$  між точкою кріплення пластини та сусідньою стороною циліндра. Передбачається, що пластини тонкі та їх ширина є сталою.

Для вивчення топології потоку навколо квадратного циліндра з пластинами і знаходження параметрів керуючих пластин в роботі застосовується модифікована модель спійманого вихору. Циркуляційна область між пластиною та фронтальною стороною циліндра моделюється точковим вихором з циркуляцією  $\Gamma_0$  та координатами  $(x_0, y_0)$ . Оскільки квадратний циліндр з пластинами симетричний відносно осі  $x$ , достатньо розглядати лише його верхню частину (рис. 11).

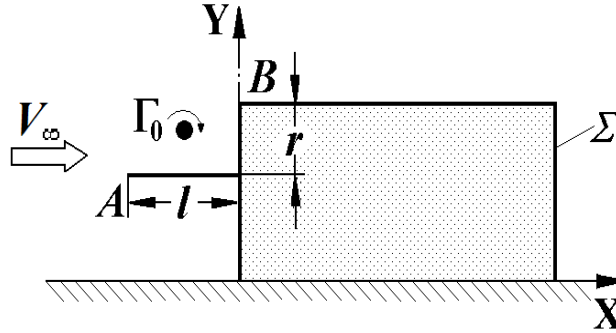


Рис. 11. Схема потоку зі спійманим вихором

Практична мета керування полягає в тому, щоб сформувати і підтримувати стаціонарну циркуляційну течію, яка б запобігала генерації вихрових пелен в гострих кромках. Виходячи з цього, теоретичне моделювання процесу зводиться до визначення параметрів  $l$  та  $r$ , при яких забезпечується існування стійкого нерухомого вихору за умови, що в гострих кромках A і B задовольняється умова про безвідривне обтікання.

Для того, щоб вихор був у рівновазі, повинна виконуватися умова

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = 0. \quad (10)$$

Умова про безвідривне обтікання має вигляд:

$$\mathbf{V}|_A = C_1, \mathbf{V}|_B = C_2, \quad (11)$$

де  $\mathbf{V}$  – швидкість течії,  $C_1, C_2$  – довільні константи.

Рівняння (10)–(11) повністю описують задачу керування, оскільки вони дозволяють знайти параметри спійманого вихору та параметри пластини при яких забезпечується виконання умови про безвідривне обтікання в гострих кромках. В роботі отримано систему рівнянь для знаходження параметрів керуючих пластин:

$$V_\infty + \frac{\Gamma_0}{4\pi y_0} + \frac{1}{2\pi i} \sum_{k=1}^N \Gamma_k \left( \frac{1}{z_0 - z_k} - \frac{1}{z_0 - \bar{z}_k} \right) = 0, \quad (12)$$

$$\gamma(\mathbf{A}) = 0, \gamma(\mathbf{B}) = 0, \quad (13)$$

де  $V_\infty$  – швидкість рівномірного потоку,  $\Gamma_0$  – циркуляція вихору,  $\Gamma_k$  – циркуляції приєднаних вихорів,  $z_k$  – комплексні координати приєднаних вихорів,  $\gamma$  – інтенсивність вихрового шару.

Задача розв'язана в безрозмірному вигляді. Всі геометричні параметри



віднесені до сторони квадратного циліндра  $d$ , швидкості – до  $V_\infty$ , час – до  $d/V_\infty$ , частоти – до  $V_\infty/d$ . Число Струхала визначається як  $St = f_s d / U_\infty$ , де  $f_s$  – частота зриву вихорів. Коефіцієнти сил і тиску визначаються за допомогою динамічного тиску  $\rho V_\infty^2 / 2$ , де  $\rho$  – густина рідини. Обчислення показали (рис.12), що задача має єдиний розв'язок  $l = 0.2, r = 0.16$ , коли  $0.15 \leq l \leq 0.65$ , тобто, вихор інтенсивності  $\Gamma_0$ , що знаходиться в точці  $(x_0, y_0)$  є нерухомим і з абезпечується безвідривне обтікання в

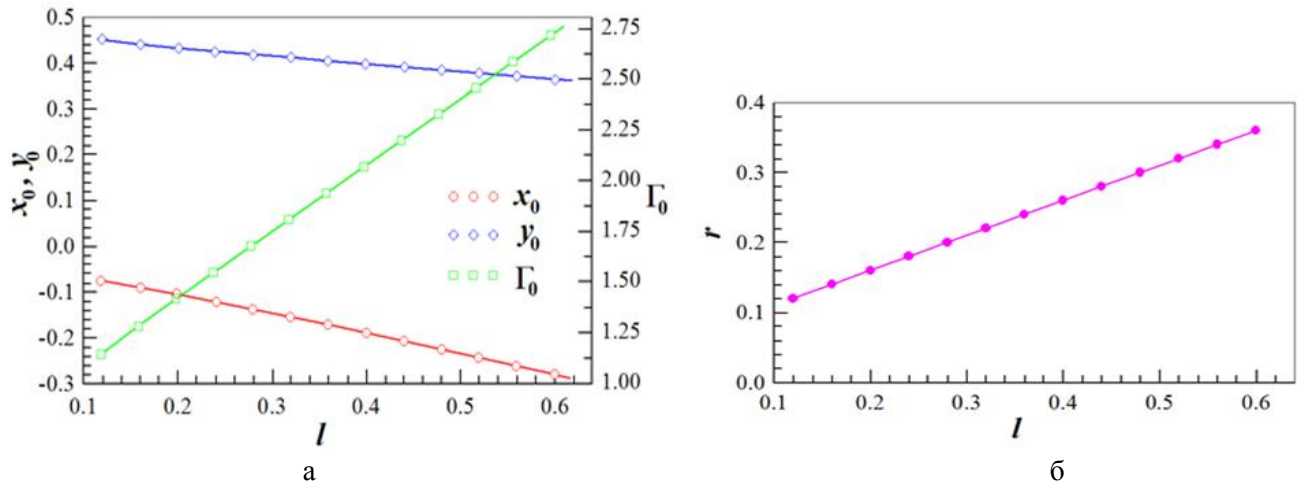


Рис. 12. а – Залежність параметрів спійманого вихору  $\Gamma_0$ ,  $x_0$ ,  $y_0$  від довжини пластини, б – залежність відстані  $r$  між точкою кріплення пластини до сусідньої сторони від довжини пластини

гострих кромках. Аналіз власних значень матриці лінеаризованої системи в стаціонарній точці  $(x_0, y_0)$  показує, що точка є стійким фокусом.

Ефективність схеми керування та отриманих параметрів перевірено шляхом чисельного моделювання в'язкого обтікання квадратного циліндра з керуючими пластинами в діапазоні середніх чисел Рейнольдса за допомогою вихрового методу з високою роздільною здатністю. Отримані результати показали значну регуляризацию структури потоку в сліді, особливо при великих числах Рейнольдса розглянутого діапазону. Зміна потоку полягає в зменшенні рециркуляційної бульбашки та зменшенні інтенсивності вихроутворення. Число Струхала в керованому потоці зростає порівняно з некерованим випадком, особливо при збільшенні числа Рейнольдса (рис. 13). Показано, що завдяки регуляризації сліду при керуванні зменшується середній опір і флуктуаційні сили, що діють на циліндр. Щоб підкреслити важливість результатів, отриманих за допомогою моделі спійманого вихору, було проведено моделювання з параметрами пристрою керування, що відрізняються від знайдених (рис. 14). Результати чисельного моделювання показують, що найефективніше зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра спостерігається при таких параметрах керуючих пластин, які були отримані за допомогою модифікованої моделі спійманого вихору. Розміщення керуючих пластин згідно знайдених параметрів дозволяє знизити коефіцієнт гідродинамічного опору квадратного циліндра від 20% при  $Re=100$  до 35% при  $Re=500$  та зменшити амплітуду підйимальної сили на 50% – 70% залежно від числа Рейнольдса.

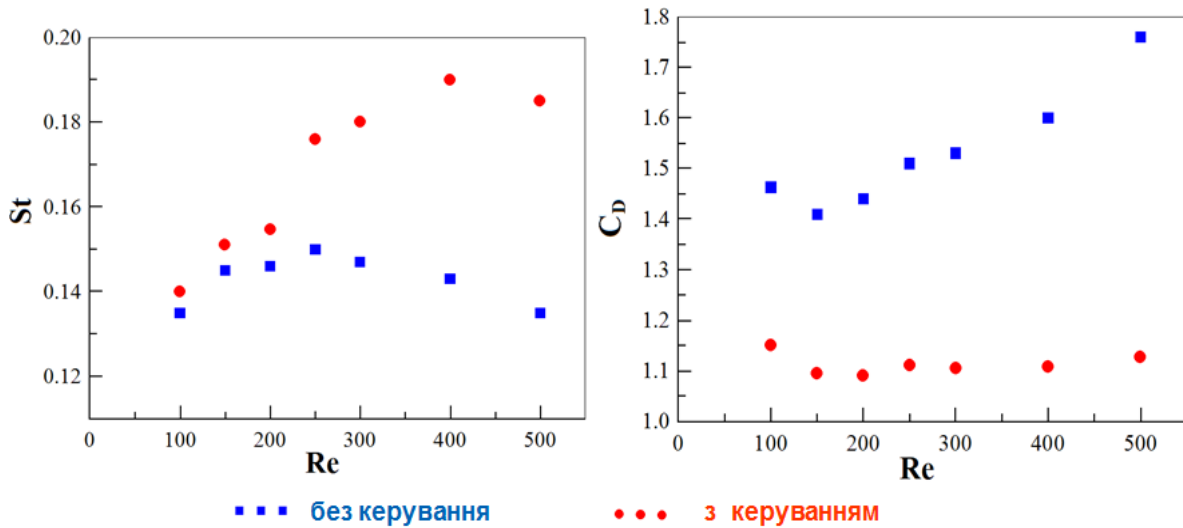


Рис. 13. Залежність числа Струхала  $St$  і середнього коефіцієнта опору  $C_D$  квадратного циліндра без керування та з керуванням від числа Рейнольдса

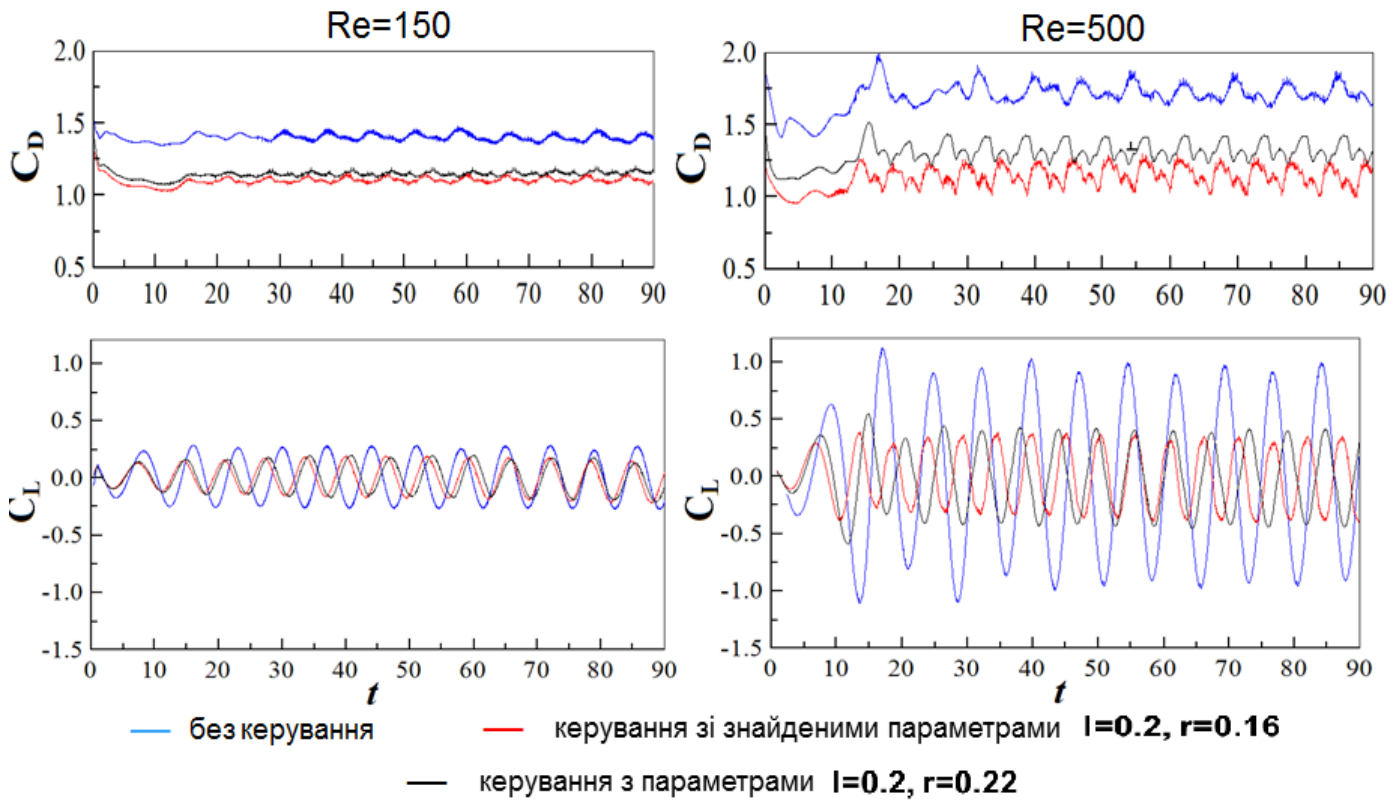


Рис. 14. Миттєвий коефіцієнт лобового опору  $C_D$  і коефіцієнт підйимальної сили  $C_L$  без керування, з керуванням зі знайденими параметрами  $l = 0.2, r = 0.16$ , з керуванням при  $l = 0.2, r = 0.22$  при  $Re = 150$  і  $Re = 500$

Одержані в роботі результати показують, що для мінімізації енерговитрат, при розробці нових алгоритмів керування обтіканням поганообтічних тіл важливо враховувати топологічні особливості течії.

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішено актуальну задачу підвищення енергоефективності гідродинамічних систем з обтіканням шляхом розробки нових методів керування пристінною течією на основі властивостей спійманих вихорів. Основні висновки і підсумки роботи полягають в наступному:

1. Аналіз основних методів та способів керування потоком, що застосовуються для розв'язання практичних задач виявив необхідність застосування системного підходу до розробки нових ефективних методів керування потоком які по-перше, базуються на спрощених моделях, по-друге, адекватно описують поведінку гідродинамічної системи, що дає можливість розв'язання ряду нових практичних задач, спрямованих на підвищення енергоефективності гідродинамічних систем.
2. Проведено якісний аналіз тривимірної системи рівнянь Нав'є-Стокса в каналоподібній області. В роботі для розробки методів керування потоком для опису течії пропонується застосовувати скінченновимірну модель, в якій поле течії представляється дискретною множиною перпендикулярних до площини потоку ізольованих вихрових відрізків. Показано, що динаміка цієї системи як в безграничній рідині, так і в областях, обмежених твердою границею, відповідає канонічним рівнянням, де Гамільтоніан співпадає з функцією течії, що дозволяє застосування класичної теорії керування нелінійними динамічними системами для дослідження течії, побудови і обґрунтування методів управління нею. Розглянуто різні стратегії керування потоками рідини, для кожної з них сформульовано задачу керування щодо системи точкових вихорів, локалізованих в обмеженій області за наявності зовнішньої течії.
3. Встановлено нові властивості спійманого вихору поблизу нерівностей поверхні та за наявності збурень потоку.
4. Запропоновано метод керування пристінковим потоком в циліндричних канавках, який відрізняється застосуванням модифікованої моделі спійманого вихору і забезпечує необхідні вимоги до формування структури течії.
5. Розроблено нелінійний контролер пристінної течії, який відрізняється тим, що враховує рівняння рівноваги спійманого вихору відносно його координат, циркуляції, потужності відкачування рідини, кутової координати точки стоку та умову безвідривного обтікання кутів канавки і забезпечує активне керування зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці. Розроблений контролер застосований для розрахунку параметрів активної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення. Наведені приклади реалізації цієї схеми, коли швидкість зовнішньої течії змінюється періодично та лінійно.
6. На основі модифікованої моделі спійманого вихору розв'язано задачу зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра. Знайдено параметри керування обтіканням квадратного циліндра з фронтальними пластинами, що дозволяють зменшити гідродинамічні навантаження.

7. Ефективність схеми керування перевірено шляхом чисельного моделювання в'язкого обтікання циліндра з фронтальними пластинами в діапазоні середніх чисел Рейнольдса. Отримані результати показали, що керування регуляризує структуру потоку в сліді. Число Струхала в керованому потоці зростає порівняно з некерованим випадком, особливо при збільшенні числа Рейнольдса. Завдяки регуляризації сліду при керуванні зменшується середній опір і флуктуаційні сили, що діють на циліндр. Керування потоком дозволяє знизити коефіцієнт гідродинамічного опору квадратного циліндра від 20% при  $Re = 100$  до 35% при  $Re = 500$ . Ще більш значним є зменшення амплітуди підйимальної сили – від 50% до 70% залежно від числа Рейнольдса.
8. Одержані в роботі результати показують, що для мінімізації енерговитрат, при розробці нових алгоритмів керування обтіканням поганообтічних тіл важливо враховувати топологічні особливості течії.

### СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Gorban, I.M., Khomenko, O.V.: Dynamics of Vortices in Near-wall Flows with Irregular Boundaries. In: Zgurovsky, M.Z., Sadovnichiy, V.A. (eds.) Solid Mechanics and Its Applications. Continuous and Distributed Systems: Theory and Applications, vol.211, pp.115–129. Springer (2014); (іноземне видання, включено до Google Scholar, Scopus). Особистий внесок: дослідження динамічних властивостей спійманого вихору поблизу нерегулярних границь.
2. Горбань, І.М., Хоменко, О.В.: Теоретичні моделі керування пристінковими потоками в гідродинамічних системах. Системні дослідження та інформаційні технології. **4**, 87–99 (2014); (включено до Google Scholar). Особистий внесок: побудова нелінійного контролера пристінної течії, який складається з умови рівноваги спійманого вихора та умови безвідриного обтікання кутів канавки; застосування розробленого контролера для розрахунку параметрів реактивної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення.
3. Gorban, I.M., Khomenko, O.V.: Active near-wall flow control via a cross groove with suction. In: Zgurovsky, M.Z., Sadovnichiy, V.A. (eds.) Studies in Systems, Decision and Control. Continuous and Distributed Systems II: Theory and Applications, vol.30, pp.353–367. Springer (2015); (іноземне видання, включено до Google Scholar, Scopus, Web of Science). Особистий внесок: побудова активної схеми керування пристінною течією за допомогою відкачування рідини, яка ґрунтується на властивостях спійманих вихорів та спрямована на створення поблизу тіла нової топології течії зі стійкими вихорами.
4. Gorban, I.M., Khomenko, O.V.: Flow control near a square prism with the help of frontal flat plates. In: Zgurovsky, M.Z., Sadovnichiy, V.A. (eds.) Studies in

- Systems, Decision and Control. Advances in Dynamical Systems and Control, vol.69, pp.327–350. Springer (2016); (іноземне видання, включено до Google Scholar, Scopus, Web of Science). Особистий внесок: розв’язання задачі керування обтіканням квадратного циліндра за допомогою модифікованої моделі спійманого вихору, обчислення параметрів керування.
5. Gorban, N.V., Khomenko, O.V, Paliichuk, L.S, Tkachuk, A.M.: Long-time behavior of state functions for climate energy balance model. *Discrete & Continuous Dynamical Systems - Series B.* **22**(5), 1887-1897 (2017) (іноземне видання, включено до Google Scholar, Scopus, Web of Science). Особистий внесок: розроблено та обгрунтовано схему дослідження моделі енергетичного балансу Будико-Селерса.
  6. Горбань, Н.В., Капустян, О.В., Капустян, О.А., Хоменко, О.В.: Сильный глобальный аттрактор трехмерной системы уравнений Навье-Стокса в неограниченной каналоподобной области. *Проблемы управления и информатики.* **6**, 67 – 77 (2015) (включено до Scopus, Google Scholar). Особистий внесок: для модифікованої тривимірної системи Нав’є-Стокса в необмеженій області, що задовольняє нерівність Пуанкаре для відповідної напівгрупи встановлено існування глобального атрактора в сильній топології фазового простору, показано збіжність одержаного атрактора до множини повних обмежених траєкторій тривимірної системи Нав’є-Стокса.
  7. Khomenko, O.V.: Dynamics of Vortices in Near-wall Flows with Irregular Boundaries. In: *Abstracts of the Crimea International Mathematical Conference: Book of Abstracts.* Sudak, 22 september–4 october 2013.
  8. Gorban, I.M., Khomenko, O.V.: Theoretical Models of Flow Control in Near-wall Areas. *Матеріали 16-ї Міжнародної науково-технічної конференції SAIT 2014, ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», Київ, 26-30 травня 2014.* Особистий внесок: обгрунтування алгоритмів керування пристінною течією.
  9. Gorban, I.M., Khomenko, O.V.: Active Near-wall Flow Control Via a Cross Groove With Suction. *Матеріали третьої Міжнародної конференції пам’яті члена-кореспондента Національної академії наук України Валерія Сергійовича Мельника «Нелінійний аналіз і застосування», ННК “ІПСА” НТУУ “КПІ”, Київ, 1–3 квітня, 2015.* Особистий внесок: обгрунтування та розробка активної схеми керування пристінною течією за допомогою відкачування рідини, яка ґрунтується на властивостях спійманих вихорів та спрямована на створення поблизу тіла нової топології течії зі стійкими вихорами.
  10. Горбань, І.М., Хоменко, О.В.: Керування пристінковим потоком за допомогою інтерцептора і відбору рідини. *Матеріали 17-ї Міжнародної науково-технічної конференції SAIT 2015, ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», Київ, 22-25 червня 2015.* Особистий внесок: обгрунтування та розробка методу керування пристінною течією за допомогою відкачування рідини на основі модифікованої моделі спійманого вихору.
  11. Горбань, І.М., Хоменко, О.В.: Застосування схеми спійманих вихорів до керування потоком навколо квадратної призми. *Матеріали 18-ї*

Міжнародної науково-технічної конференції SAIT 2016, Київ, 30 травня – 2 червня 2016. Особистий внесок: розробка та обґрунтування методу керування обтіканням квадратної призми, який ґрунтується на властивостях спійманих вихорів.

12. Khomenko, O.V.: On Strong Global Attractor for the Three-Dimensional Navier-Stokes System of Equations in Unbounded Domain of Channel Type. In: Abstracts of the International Conference in Functional Analysis dedicated to the 125th anniversary of Stefan Banach, Lviv, 18-23 September 2017.

### АНОТАЦІЯ

**Хоменко О.В. Керування потоком в гідродинамічних системах на основі властивостей спійманих вихорів.** – Рукопис. Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.04 – системний аналіз і теорія оптимальних рішень. – Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, 2018 р.

В роботі запропоновано метод нелінійного керування пристінковим потоком в циліндричних канавках, який відрізняється застосуванням модифікованої моделі спійманого вихору і забезпечує необхідні вимоги до формування структури течії. Встановлено нові властивості спійманого вихору поблизу нерівностей поверхні та за наявності збурень потоку. Розроблено нелінійний контролер пристінної течії, який відрізняється тим, що враховує рівняння рівноваги спійманого вихору і умову безвідривного обтікання кутів канавки та забезпечує активне керування зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці. Розроблений контролер застосовано для розрахунку параметрів активної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення.

На основі модифікованої моделі спійманого вихору розв'язано задачу зменшення гідродинамічних навантажень квадратного циліндра. Знайдено параметри керування обтіканням квадратного циліндра з фронтальними пластинами, що дозволяють зменшити гідродинамічні навантаження. Ефективність схеми керування перевірено шляхом чисельного моделювання в'язкого обтікання циліндра з фронтальними пластинами в діапазоні середніх чисел Рейнольдса.

Результати роботи показують, що при розробці нових алгоритмів керування обтіканням поганообтічних тіл для мінімізації енерговитрат важливо враховувати топологічні особливості течії.

**Ключові слова:** гідродинамічна система, керування потоком, спійманий вихор, пристінна течія, параметри керування.

### АНОТАЦІЯ

**Хоменко О.В. Управление потоком в гидродинамических системах на основе свойств пойманных вихрей.** – Рукопись. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.04 – системный анализ и теория оптимальных решений. – Учебно-научный комплекс «Институт прикладного системного анализа» Национального технического университета

Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Киев, 2018.

Диссертационная работа посвящена разработке методов управления потоком на основе свойств пойманных вихрей.

В работе для разработки методов и схем управления потоком для описания течения предложено применять конечномерную модель, в которой поле течения представлено дискретным множеством перпендикулярных плоскости потока изолированных вихревых отрезков. Показано, что динамика этой системы как в безграничной жидкости, так и в областях, ограниченных твердой границей, соответствует каноническим уравнениям, где гамильтониан совпадает с функцией течения, что позволяет применение классической теории управления нелинейными динамическими системами для исследования течения, а также построения и обоснования алгоритмов управления. Рассмотрены различные стратегии управления потоками жидкости, для каждой из них сформулирована задача управления в системе точечных вихрей, локализованных в ограниченной области при наличии внешнего течения.

В работе предложен метод нелинейного управления пристеночным потоком в цилиндрических канавках, который отличается применением модифицированной модели пойманного вихря и обеспечивает необходимые требования к формированию структуры течения. Теоретический анализ предложенного алгоритма основывается на упрощенной модели, в которой циркуляционное течение в канавке моделируется точечным вихрем, а откачивание жидкости – гидродинамическим стоком. Установлены новые свойства пойманных вихрей вблизи нерегулярных границ и при наличии возмущений потока.

Проведенный динамический анализ показал, что при стационарном обтекании канавки с откачиванием жидкости стационарные точки могут быть фокусами (устойчивыми или неустойчивыми) или седлами. Получено, что в мелких канавках область, которая соответствует устойчивой точке притяжения, шире, чем в глубоких, поэтому они являются более перспективными для управления.

Построен нелинейный контроллер пристеночного течения, состоящий из уравнения равновесия пойманного вихря относительно его координат, циркуляции, мощности откачивания жидкости, угловой координаты точки стока жидкости и условия безотрывного обтекания углов канавки. Разработанный контроллер применен для расчета параметров активной управляющей схемы с обратной связью в нестационарном потоке, когда система оперативно реагирует на внешние возмущения. Приведены примеры реализации этой схемы, когда скорость внешнего течения изменяется периодически или по линейному закону.

В работе на основе модифицированной модели пойманного вихря решена задача уменьшения гидродинамических нагрузок квадратного цилиндра. Для получения необходимой структуры течения предложена установка двух симметричных пластин, присоединенных к передней грани квадратного цилиндра. Найдены параметры управляющих пластин, которые обеспечивают уменьшение гидродинамических нагрузок. Эффективность схемы управления и полученных параметров проверена путем численного моделирования вязкого обтекания

квадратного цилиндра с фронтальными пластинами в диапазоне средних чисел Рейнольдса с помощью вихревого метода. Показано, что управляющие пластины значительно регуляризуют структуру потока в следе. Число Струхала в управляемом потоке возрастает по сравнению с неуправляемым случаем, особенно при увеличении числа Рейнольдса. Благодаря регуляризации следа при управлении уменьшается среднее сопротивление и флуктуационные силы, действующие на квадратный цилиндр. Управление потоком позволяет снизить коэффициент гидродинамического сопротивления квадратного цилиндра от 20% при  $Re = 100$  до 35% при  $Re = 500$  а также уменьшить амплитуду подъемной силы на 50% – 70% в зависимости от числа Рейнольдса.

Результаты работы показывают, что при разработке новых алгоритмов управления обтеканием плохообтекаемых тел для минимизации энергозатрат важно учитывать топологические особенности течения.

**Ключевые слова:** гидродинамическая система, управление потоком, пойманный вихрь, пристеночное течение, параметры управления.

### ABSTRACT

**Khomenko O.V. Flow control in hydrodynamic systems based on the properties of trapped vortices.** – Manuscript. The dissertation for a scientific degree of the Candidate of Technical Sciences on the speciality 01.05.04 – System analysis and optimal decisions theory. – Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, 2018.

The method of nonlinear control of the wall flow in cylindrical grooves is proposed. The method differs by using the modified trapped vortex model and provides the necessary requirements for the formation of the flow structure. New properties of the trapped vortex near the surface irregularities and in the presence of the flow perturbations are studied. The nonlinear controller of the wall flow, which differs in that it takes into account the equation of equilibrium of the caught vortex and the unseparated flow condition in the groove edges and provides active feedback control in a non-stationary flow is developed. The developed controller is used to calculate the parameters of an active control circuit with feedback in a non-stationary flow, when the system responds to external perturbation.

The problem of reducing the hydrodynamic loads of a square cylinder is solved on via the modified model of the trapped vortex. The control parameters of a square cylinder with frontal plates which reduce the hydrodynamic load are found. In order to estimate an efficiency of the control scheme, numerical simulation of viscous flow around the cylinder with frontal plates was carried out in the range of moderate Reynolds numbers.

The results of the work show that it is essential to take the flow topology into account when developing new algorithms for flow control near bluff bodies.

**Keywords:** hydrodynamic system, flow control, trapped vortex, near-wall flow, control parameters.